LGN5830 - Biometria de Marcadores Genéticos

Aula 1: Nivelamento

Antonio Augusto Franco Garcia
Roland Vencovsky

Departmento de Genética
ESALQ/USP
2007

Conteúdo

Conteúdo

Conteúdo

Conteúdo

Funções

Definição

Sejam A e B dois conjuntos. Uma função f definida em A com valores em B é uma lei que associa a todo elemento de A um único elemento de B.
Notação: $y = f(x)$

Exemplos

- Distância nos cromossomos é função da fração de recombinação
- Fenótipo é função do genótipo
- Função de densidade de probabilidades - dist. normal

Funções

Definição

Sejam A e B dois conjuntos. Uma função f definida em A com valores em B é uma lei que associa a todo elemento de A um único elemento de B.
Notação: $y = f(x)$

Exemplos

- Distância nos cromossomos é função da fração de recombinação
- Fenótipo é função do genótipo
- Função de densidade de probabilidades - dist. normal

Funções

Definição

Sejam A e B dois conjuntos. Uma função f definida em A com valores em B é uma lei que associa a todo elemento de A um único elemento de B.
Notação: $y = f(x)$

Exemplos

- Distância nos cromossomos é função da fração de recombinação
- Fenótipo é função do genótipo
- Função de densidade de probabilidades - dist. normal

Funções

Definição

Sejam A e B dois conjuntos. Uma função f definida em A com valores em B é uma lei que associa a todo elemento de A um único elemento de B.
Notação: $y = f(x)$

Exemplos

- Distância nos cromossomos é função da fração de recombinação
- Fenótipo é função do genótipo
- Função de densidade de probabilidades - dist. normal

Funções

Definição

O conjunto A é chamado domínio da função f, o conjunto B é o contra-dominio de f.

Exemplos

- Qual o domínio de $f(x) = \frac{1}{x-2}$?
- Qual o domínio de $m = -\frac{1}{2}\log(1-2r)$?

Funções

Definição

O conjunto A é chamado domínio da função f, o conjunto B é o contra-dominio de f.

Exemplos

- Qual o domínio de $f(x) = \frac{1}{x-2}$?
- Qual o domínio de $m = -\frac{1}{2}\log(1-2r)$?

FUNÇÕES

DEFINIÇÃO

O conjunto A é chamado domínio da função f, o conjunto B é o contra-dominio de f.

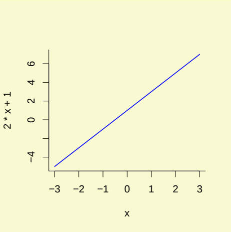
EXEMPLOS

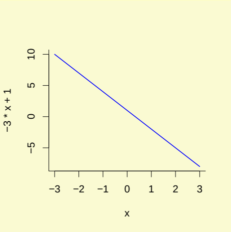
- Qual o domínio de $f(x) = \frac{1}{x-2}$?
- Qual o domínio de $m = -\frac{1}{2}\log(1-2r)$?

Conteúdo

Funções Básicas

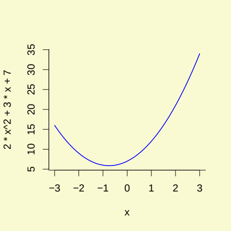
- Função afim: $f(x) = ax + b$

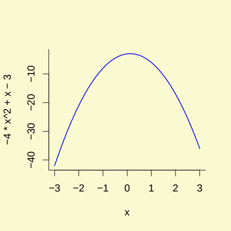




Funções Básicas

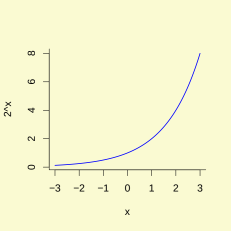
- Função Quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$





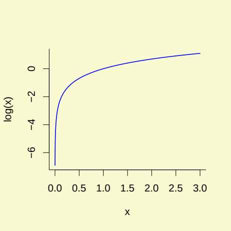
Funções Básicas

- Função Exponencial: $f(x) = a^x$



Funções Básicas

- Função Logarítmica: $f(x) = \log_a x$



Propriedades dos logaritmos

1. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
4. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Propriedades dos logaritmos

1. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
4. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Propriedades dos logaritmos

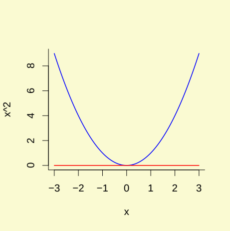
1. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
4. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Propriedades dos logaritmos

1. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
4. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Conteúdo

IDÉIAS GERAIS

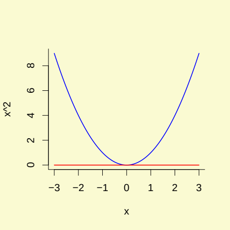


DEFINIÇÃO

O coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ num ponto P qualquer é a derivada de f calculada no ponto P. Notacao: $f'(x) = \frac{d\,y}{d\,x}$

- Principal aplicação no nosso contexto: obtenção de pontos de máximo de funções

Idéias Gerais

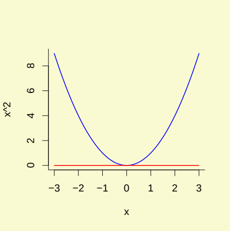


Definição

O coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ num ponto P qualquer é a derivada de f calculada no ponto P.
Notacao: $f'(x) = \frac{d\,y}{d\,x}$

- Principal aplicação no nosso contexto: obtenção de pontos de máximo de funções

Idéias Gerais



Definição

O coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ num ponto P qualquer é a derivada de f calculada no ponto P.
Notacao: $f'(x) = \frac{d\,y}{d\,x}$

- Principal aplicação no nosso contexto: obtenção de pontos de máximo de funções

Conteúdo

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = c$, $f'(x) = 0$ ($c =$ cte)
- $f(x) = x^n$, $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemplo

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^2$

- $g(x) = cf(x)$, $g'(x) = cf'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 5x^8$

- $f(x) = u(x) + v(x)$, $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 3$

Regras básicas

- $f(x) = u(x)v(x)$, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = (x^2 + x)(3x^4 + 5)$

OPS! Note que para produtos o processo pode ser trabalhoso

$$(uvx)' = u'vx + uv'x + uvx'$$

Regras básicas

- $f(x) = u(x)v(x)$, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

Exemplo

- $f(x) = (x^2 + x)(3x^4 + 5)$

OPS! Note que para produtos o processo pode ser trabalhoso

$(uvx)' = u'vx + uv'x + uvx'$

REGRAS BÁSICAS

- $f(x) = u(x)v(x)$, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

EXEMPLO

- $f(x) = (x^2 + x)(3x^4 + 5)$

OPS! Note que para produtos o processo pode ser trabalhoso

$$(uvx)' = u'vx + uv'x + uvx'$$

Regras básicas

- $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$
- Regra da cadeia:
  - Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, $y = f(g(x))$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

Exemplo

- $y = (x^2 + 7)^3$
- $y = \sqrt{(x^2 + 1)}$

Regras básicas

- $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$
- Regra da cadeia:
  - Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, $y = f(g(x))$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

Exemplo

- $y = (x^2 + 7)^3$
- $y = \sqrt{(x^2 + 1)}$

Regras básicas

- $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$
- Regra da cadeia:
  - Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, $y = f\left(g(x)\right)$,

$$\frac{d\,y}{d\,x} = \frac{d\,y}{d\,u}\frac{d\,u}{d\,x}$$

Exemplo

- $y = (x^2 + 7)^3$
- $y = \sqrt{(x^2 + 1)}$

Regras básicas

- $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$
- Regra da cadeia:
  - Se $y = f(u)$, $u = g(x)$, $y = f(g(x))$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

Exemplo

- $y = (x^2 + 7)^3$
- $y = \sqrt{(x^2 + 1)}$

Regras básicas

- $f(x) = \log_a x$, $f'(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\log_e a}$

Exemplo

- $y = \log_{10} x$
- $y = \log_e x$
- $y = \log_e(x^2 + 7)$

Atenção Note a conveniência em se usar a base e

Regras básicas

- $f(x) = \log_a x$, $f'(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\log_e a}$

Exemplo

- $y = \log_{10} x$
- $y = \log_e x$
- $y = \log_e(x^2 + 7)$

Atenção Note a conveniência em se usar a base e

Regras básicas

- $f(x) = \log_a x$, $f'(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\log_e a}$

Exemplo

- $y = \log_{10} x$
- $y = \log_e x$
- $y = \log_e(x^2 + 7)$

Atenção Note a conveniência em se usar a base e

Regras básicas

- $f(x) = \log_a x$, $f'(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\log_e a}$

Exemplo

- $y = \log_{10} x$
- $y = \log_e x$
- $y = \log_e(x^2 + 7)$

Atenção Note a conveniência em se usar a base e

Regras básicas

- $f(x) = \log_a x$, $f'(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\log_e a}$

Exemplo

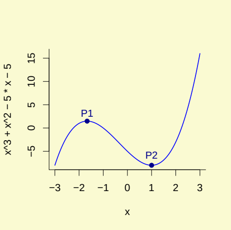
- $y = \log_{10} x$
- $y = \log_e x$
- $y = \log_e(x^2 + 7)$

Atenção Note a conveniência em se usar a base e

Conteúdo

MÁXIMOS (E MÍNIMOS)

EXEMPLO



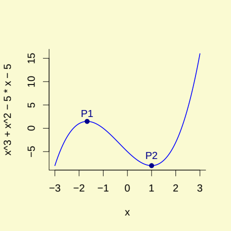
- O que tem em comum os pontos P_1 e P_2 (extremos relativos)?
- Resp: $f'(P_1) = 0$ e $f'(P_2) = 0$

CUIDADO Formalmente, há várias condições que devem ser verificadas

REGRA Máximo: $f''(x) < 0$

Máximos (e mínimos)

Exemplo



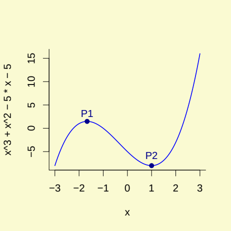
- O que tem em comum os pontos P_1 e P_2 (extremos relativos)?
- Resp: $f'(P_1) = 0$ e $f'(P_2) = 0$

Cuidado Formalmente, há várias condições que devem ser verificadas

Regra Máximo: $f''(x) < 0$

Máximos (e mínimos)

Exemplo



- O que tem em comum os pontos P_1 e P_2 (extremos relativos)?
- Resp: $f'(P_1) = 0$ e $f'(P_2) = 0$

Cuidado Formalmente, há várias condições que devem ser verificadas

Regra Máximo: $f''(x) < 0$

Ponto de máximo

Exercicio

Quais os pontos de máximo de $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 5$?

Conteúdo

Alguns conceitos

Experimentos

- Conjunto de dados
- Informações de como esses dados foram coletados

Inferência estatística

- Desejamos explicitar o modelo que deu origem aos dados
- Usualmente, o modelo envolve um ou mais parâmetros desconhecidos
- Os parâmetros devem ser estimados através dos dados

Alguns conceitos

Experimentos

- Conjunto de dados
- Informações de como esses dados foram coletados

Inferência estatística

- Desejamos explicitar o modelo que deu origem aos dados
- Usualmente, o modelo envolve um ou mais parâmetros desconhecidos
- Os parâmetros devem ser estimados através dos dados

Alguns conceitos

Experimentos

- Conjunto de dados
- Informações de como esses dados foram coletados

Inferência estatística

- Desejamos explicitar o modelo que deu origem aos dados
- Usualmente, o modelo envolve um ou mais parâmetros desconhecidos
- Os parâmetros devem ser estimados através dos dados

ALGUNS CONCEITOS

EXPERIMENTOS

- Conjunto de dados
- Informações de como esses dados foram coletados

INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

- Desejamos explicitar o modelo que deu origem aos dados
- Usualmente, o modelo envolve um ou mais parâmetros desconhecidos
- Os parâmetros devem ser estimados através dos dados

Método da Verossimilhança

- Suponha que um modelo probabilístico tenha sido formulado para um experimento
- Imagine que esse modelo envolva um parâmetro θ
- Desejamos usar os dados para estimar θ
- Formalmente, desejamos determinar quais são os possíveis valores de θ mais plausíveis (prováveis, verossímeis), à luz das observações

Método da Verossimilhança

- Suponha que um modelo probabilístico tenha sido formulado para um experimento
- Imagine que esse modelo envolva um parâmetro θ
- Desejamos usar os dados para estimar θ
- Formalmente, desejamos determinar quais são os possíveis valores de θ mais plausíveis (prováveis, verossímeis), à luz das observações

Método da Verossimilhança

- Suponha que um modelo probabilístico tenha sido formulado para um experimento
- Imagine que esse modelo envolva um parâmetro θ
- Desejamos usar os dados para estimar θ
- Formalmente, desejamos determinar quais são os possíveis valores de θ mais plausíveis (prováveis, verossímeis), à luz das observações

Método da Verossimilhança

- Suponha que um modelo probabilístico tenha sido formulado para um experimento
- Imagine que esse modelo envolva um parâmetro θ
- Desejamos usar os dados para estimar θ
- Formalmente, desejamos determinar quais são os possíveis valores de θ mais plausíveis (prováveis, verossímeis), à luz das observações

Método da Verossimilhança

Exemplo

- Seja θ a proporção de indivíduos Aa numa população grande e homogênea, proveniente de um retrocruzamento.
- Nesse caso, temos teoricamente 50% dos indivíduos com esse genótipo.
- Para comprovar isso, selecionamos aleatoriamente n indivíduos, e verificamos seu genótipo.
- Após o experimento, notamos que x deles são Aa.

Método da Verossimilhança

Exemplo

- Seja θ a proporção de indivíduos Aa numa população grande e homogênea, proveniente de um retrocruzamento.
- Nesse caso, temos teoricamente 50% dos indivíduos com esse genótipo.
- Para comprovar isso, selecionamos aleatoriamente n indivíduos, e verificamos seu genótipo.
- Após o experimento, notamos que x deles são Aa.

Método da Verossimilhança

Exemplo

- Seja θ a proporção de indivíduos Aa numa população grande e homogênea, proveniente de um retrocruzamento.
- Nesse caso, temos teoricamente 50% dos indivíduos com esse genótipo.
- Para comprovar isso, selecionamos aleatoriamente n indivíduos, e verificamos seu genótipo.
- Após o experimento, notamos que x deles são Aa.

Método da Verossimilhança

Exemplo

- Seja θ a proporção de indivíduos Aa numa população grande e homogênea, proveniente de um retrocruzamento.
- Nesse caso, temos teoricamente 50% dos indivíduos com esse genótipo.
- Para comprovar isso, selecionamos aleatoriamente n indivíduos, e verificamos seu genótipo.
- Após o experimento, notamos que x deles são Aa.

Método da Verossimilhança

- A probabilidade de observarmos esse evento E é $P(E;\theta) =$ probab. de x, de um total de n indivíduos, possuírem o genótipo Aa
- $P(E;\theta) = C_{n,x} \;\; \theta^x (1-\theta)^{(n-x)}$

Método da Verossimilhança

- A probabilidade de observarmos esse evento E é $P(E;\theta) =$ probab. de x, de um total de n indivíduos, possuírem o genótipo Aa
- $P(E;\theta) = C_{n,x} \ \ \theta^x (1-\theta)^{(n-x)}$

Conteúdo

Método da Verossimilhança

Definição

- A função de verossimilhança de θ é definida como $L(\theta) = c.P(E;\theta)$
- Função de Verossimilhança: função densidade de probabilidade das observações, interpretada como uma função dos parâmetros que determinam a distribuição (Siegmund e Yakir, 2007)
- Edwards (1992): The *likelihood* $L(H/R)$, of the hypothesis H given data R, and a specific model, is proportional to $P(R/H)$, the constant of proportionality being arbitrary.
- A constante c, por não depender dos parâmetros, normalmente é desconsiderada

Método da Verossimilhança

Definição

- A função de verossimilhança de θ é definida como $L(\theta) = c.P(E;\theta)$
- Função de Verossimilhança: função densidade de probabilidade das observações, interpretada como uma função dos parâmetros que determinam a distribuição (Siegmund e Yakir, 2007)
- Edwards (1992): The *likelihood* $L(H/R)$, of the hypothesis H given data R, and a specific model, is proportional to $P(R/H)$, the constant of proportionality being arbitrary.
- A constante c, por não depender dos parâmetros, normalmente é desconsiderada

Método da Verossimilhança

Definição

- A função de verossimilhança de θ é definida como $L(\theta) = c.P(E;\theta)$
- Função de Verossimilhança: função densidade de probabilidade das observações, interpretada como uma função dos parâmetros que determinam a distribuição (Siegmund e Yakir, 2007)
- Edwards (1992): The *likelihood* $L(H/R)$, of the hypothesis H given data R, and a specific model, is proportional to $P(R/H)$, the constant of proportionality being arbitrary.
- A constante c, por não depender dos parâmetros, normalmente é desconsiderada

Método da Verossimilhança

Definição

- A função de verossimilhança de θ é definida como $L(\theta) = c.P(E;\theta)$
- Função de Verossimilhança: função densidade de probabilidade das observações, interpretada como uma função dos parâmetros que determinam a distribuição (Siegmund e Yakir, 2007)
- Edwards (1992): The *likelihood* $L(H/R)$, of the hypothesis H given data R, and a specific model, is proportional to $P(R/H)$, the constant of proportionality being arbitrary.
- A constante c, por não depender dos parâmetros, normalmente é desconsiderada

Método da Verossimilhança

- Para simplificar, é usual trabalharmos com o $\log$ de $L(\theta)$
- Qual a razão?

Atenção Os pontos de máximo e mínimo não se alteram após o uso do logaritmo

- Notação: $l(\theta) = \log_e(\theta) = \log L(\theta)$
- $\frac{d\, l(\theta)}{d\theta}$ é dita função score
- $I(\theta) = -\frac{d^2 l(\theta)}{d\theta^2}$ é dita função de informação de Fisher

Método da Verossimilhança

- Para simplificar, é usual trabalharmos com o $\log$ de $L(\theta)$
- Qual a razão?

Atenção Os pontos de máximo e mínimo não se alteram após o uso do logaritmo

- Notação: $l(\theta) = \log_e(\theta) = \log L(\theta)$
- $\frac{d\, l(\theta)}{d\theta}$ é dita função score
- $I(\theta) = -\frac{d^2 l(\theta)}{d\theta^2}$ é dita função de informação de Fisher

Método da Verossimilhança

- Para simplificar, é usual trabalharmos com o $\log$ de $L(\theta)$
- Qual a razão?

Atenção Os pontos de máximo e mínimo não se alteram após o uso do logaritmo

- Notação: $l(\theta) = \log_e(\theta) = \log L(\theta)$
- $\frac{d\, l(\theta)}{d\theta}$ é dita função score
- $I(\theta) = -\frac{d^2 l(\theta)}{d\theta^2}$ é dita função de informação de Fisher

Método da Verossimilhança

- Para simplificar, é usual trabalharmos com o $\log$ de $L(\theta)$
- Qual a razão?

Atenção Os pontos de máximo e mínimo não se alteram após o uso do logaritmo

- Notação: $l(\theta) = \log_e(\theta) = \log L(\theta)$
- $\frac{d\,l(\theta)}{d\theta}$ é dita função score
- $I(\theta) = -\frac{d^2 l(\theta)}{d\theta^2}$ é dita função de informação de Fisher

Método da Verossimilhança

- Para simplificar, é usual trabalharmos com o $\log$ de $L(\theta)$
- Qual a razão?

Atenção Os pontos de máximo e mínimo não se alteram após o uso do logaritmo

- Notação: $l(\theta) = \log_e(\theta) = \log L(\theta)$
- $\frac{d\, l(\theta)}{d\theta}$ é dita função score
- $I(\theta) = -\frac{d^2 l(\theta)}{d\theta^2}$ é dita função de informação de Fisher

Conteúdo

Estimador de Máxima Verossimilhança

Exercício

1. Qual a função de verossimilhança do exemplo anterior?
2. Qual a função score?
3. Qual é o ponto de máximo de $l(\theta)$, dito $\hat{\theta}$?
4. $\hat{\theta}$ é o MLE de θ

Estimador de Máxima Verossimilhança

Exercício

1. Qual a função de verossimilhança do exemplo anterior?
2. Qual a função score?
3. Qual é o ponto de máximo de $l(\theta)$, dito $\hat{\theta}$?
4. $\hat{\theta}$ é o MLE de θ

ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

EXERCÍCIO

1. Qual a função de verossimilhança do exemplo anterior?
2. Qual a função score?
3. Qual é o ponto de máximo de $l(\theta)$, dito $\hat{\theta}$?
4. $\hat{\theta}$ é o MLE de θ

Estimador de Máxima Verossimilhança

Exercício

1. Qual a função de verossimilhança do exemplo anterior?
2. Qual a função score?
3. Qual é o ponto de máximo de $l(\theta)$, dito $\hat{\theta}$?
4. $\hat{\theta}$ é o MLE de θ